

# VDI-Fachtagung Messunsicherheit 2015

19. und 20. November 2015 in Braunschweig

## Mathematische Modellierung geometrischer Messverfahren

Dr.-Ing. Michael Hernla, Dortmund

# Inhalt

1. Einleitung
2. Filterung
3. Systematik und Zufall
4. Filterarten
5. Modell für Oberflächenmessungen
6. Messunsicherheit
7. Funktionsorientierte Auswertung
8. Zusammenfassung

# 1. Messung von geometrischen Größen

Maß, Lage, Form, Welligkeit, Rauheit

Normensystem für Geometrische Produktspezifikation und -prüfung (GPS)

ISO 8015: Grundlagen

ISO 14660-1: Grundbegriffe

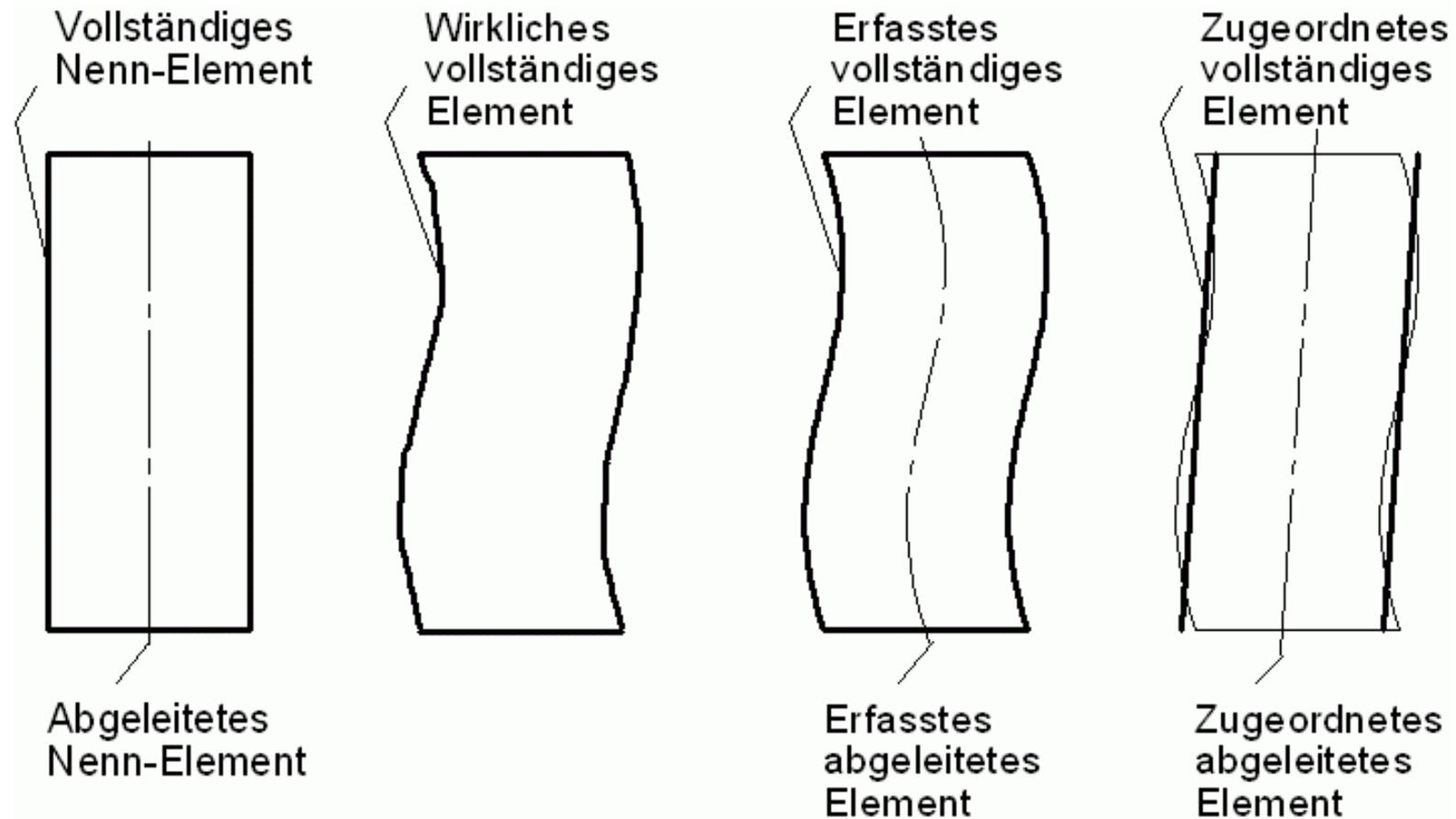
ISO 14405-1: Längenmaße

ISO 1101: Form und Lage

ISO 5459: Bezüge und Bezugssysteme

Zeichnungseintragungen und Messung

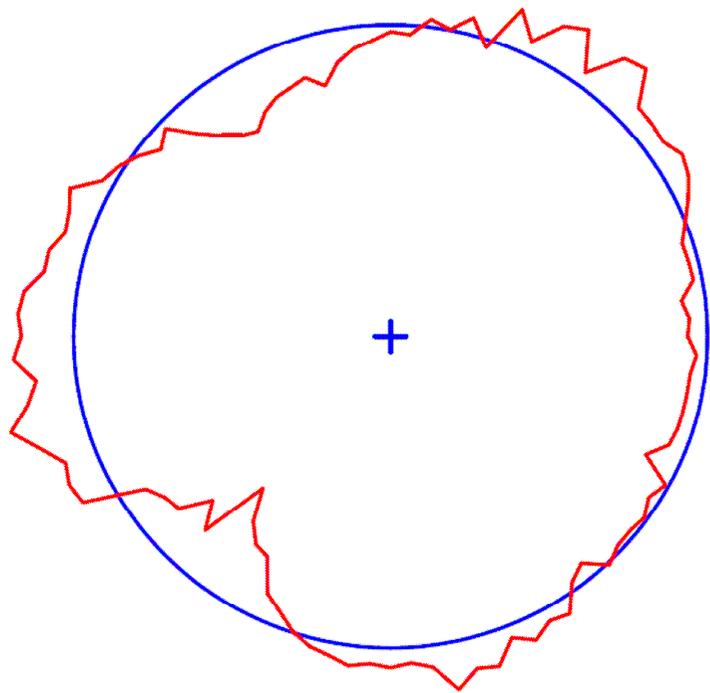
# ISO 14660-1 Grundbegriffe



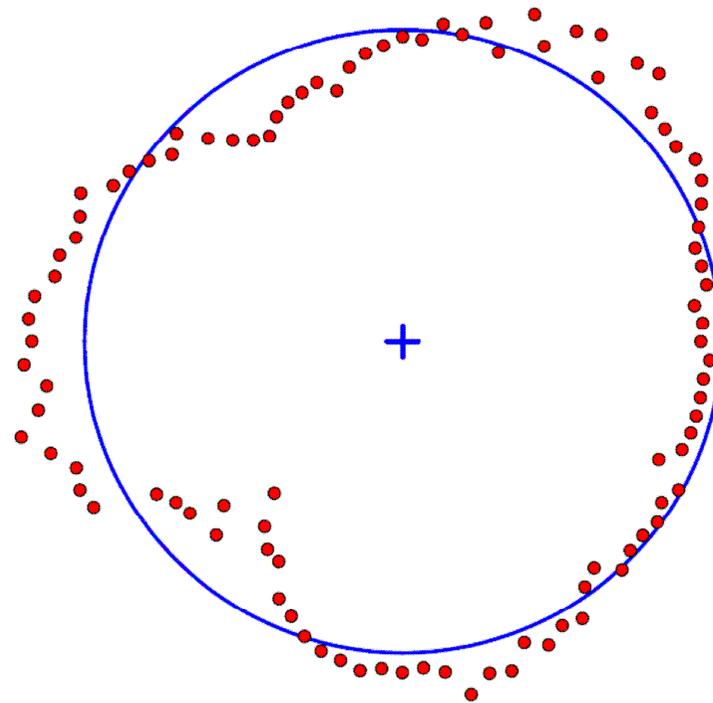
# Rechnergestützte Messgeräte

- Oberflächen nur mit Einzelpunkten erfasst
- Keine höchsten bzw. tiefsten Punkte
- Messpunkte mit erfasster Oberfläche gleichgesetzt
- Erfasste Punkte mit Verbindungslinien dargestellt
- Fehlendes Wissen wird vertuscht

# Beispiel Kreismessung



Verbindungslinien



Einzelpunkte

# Einstellring



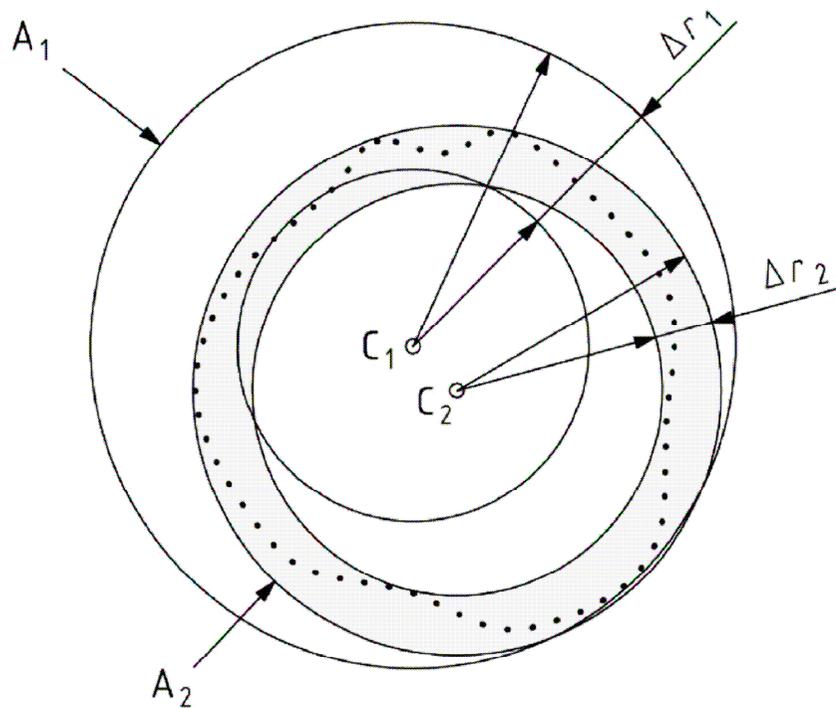
# Angaben im Kalibrierschein (1)

## Messwerte und Messunsicherheiten

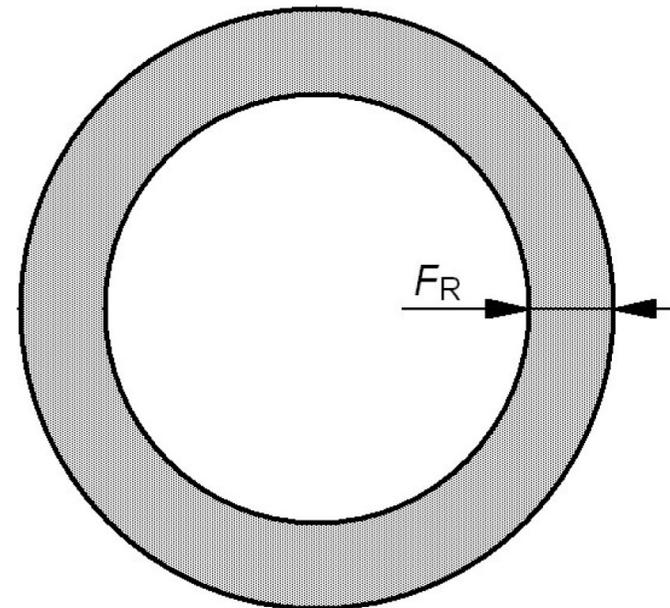
Durchmesser: Zweipunktmaß nach ISO 14405-1  
zwischen zwei gegenüberliegenden  
Punkten der Oberfläche (markiert)  
– Korrektur von Messergebnissen

Rundheit: Kleinstmögliche Radiendifferenz von  
zwei konzentrischen Kreisen, die das  
Geometrie-Element einschließen  
– Keine Korrektur von Messergebnissen  
– Bei allen Eigenschaften in ISO 1101

# Rundheit nach ISO 1101



Kleinere Radiendifferenz:  $\Delta r_2$



Kein Oberflächenverlauf

## Angaben im Kalibrierschein (2)

### Weitere Messbedingungen

- Tastkugel-Durchmesser  
Morphologischer Filter erzeugt Hüllkurve an die Oberfläche (ISO 16610-40)
- Grenzwellenzahl bzw. -wellenlänge  
Tiefpassfilter soll zufällige Messabweichungen abschneiden („Rauschen“)

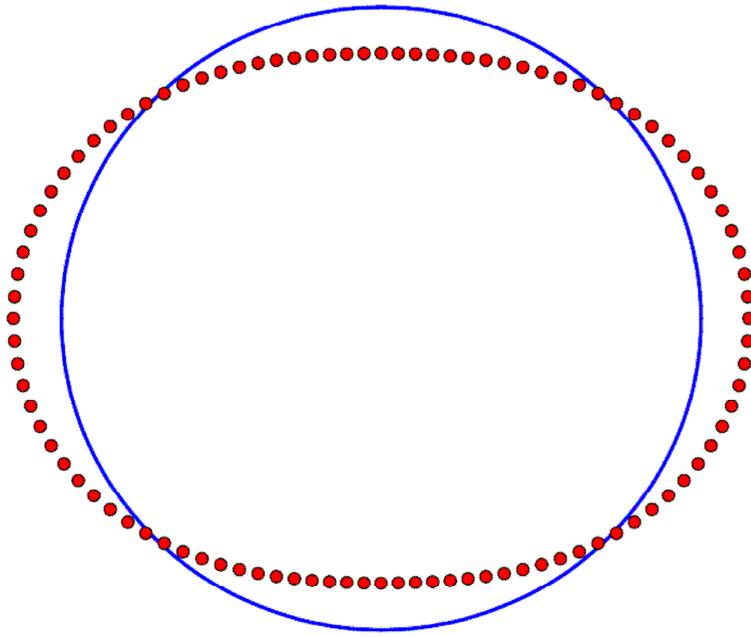
## 2. Filterung

- Ursprünglich elektrische RC-Filter (Widerstand und Kondensator)
- Heute Softwarefilter, z.B.:
  - Gaußfilter nach ISO 16610-21
  - Splinefilter nach ISO 16610-22
- Unterschiedliche Gewichtsfunktionen und Übertragungsfunktionen
- Grenzwellenzahl bzw. -länge für 50% der Amplitude einer Sinusfunktion

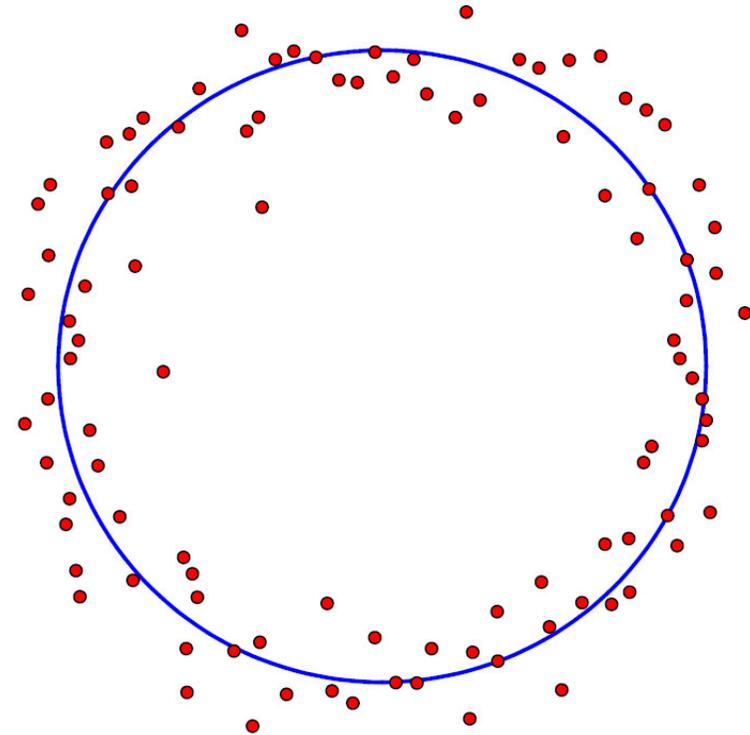
# Filterauswahl

- Auswahl des Tastkugeldurchmessers z.B. nach VDI/VDE 2631-3 mit Wellentiefe  $W_t$
- $W_t$  aus anderen Messungen, abhängig von Messbedingungen (Filter, Abtastlänge, Messort)
- Grob gestufte Grenzwellenzahlen bzw. -längen, z.B. Rundheit mit 15, 50, 150 oder 500 W/U
- Kein Test auf abgeschnittene zufällige oder systematische Anteile

### 3. Systematische und zufällige Abweichungen

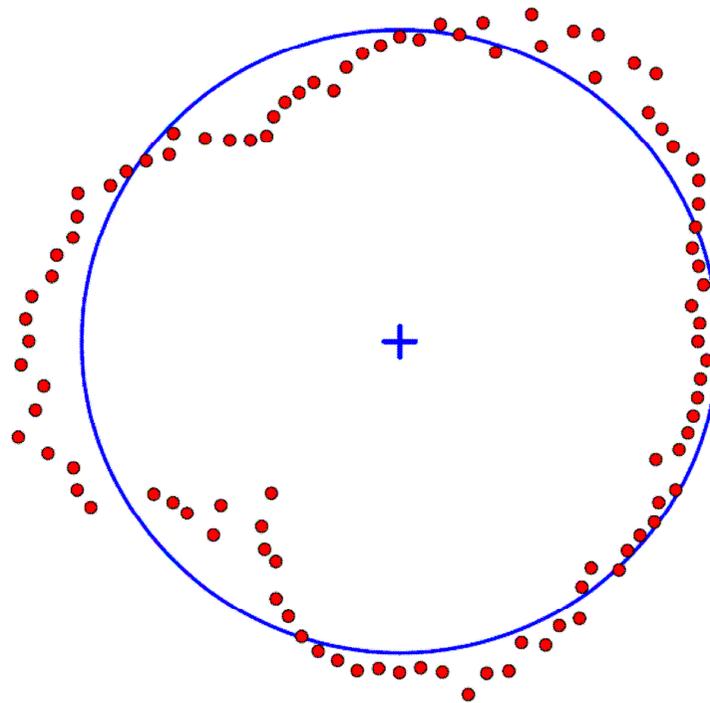


Sinusfunktion



Normalverteilte Zufallszahlen

# Überlagerte Abweichungen



# Testwerte und kritische Werte aus DIN 1319-4

Grundlagen der Messtechnik – Auswertung von Messungen; Messunsicherheit

- Abweichungen  $\delta r_i$  der Messwerte vom Profil:

$$\xi_1 = \frac{1}{u^2} \sum_{i=1}^n \delta r_{i-1} \cdot \delta r_i \leq k \cdot \sqrt{n-p}$$

$$\text{mit } u^2 = \sum_{i=1}^n \delta r_i^2 \text{ und } \delta r_0 = \delta r_n$$

Beispiel:  $\xi_1 = 86,1 > 19,5$

- Vorzeichen (*sign*) der Abweichungen:

$$\xi_2 = \sum_{i=1}^n \text{sign}(\delta r_{i-1}) \cdot \text{sign}(\delta r_i) \leq k \cdot \sqrt{n}$$

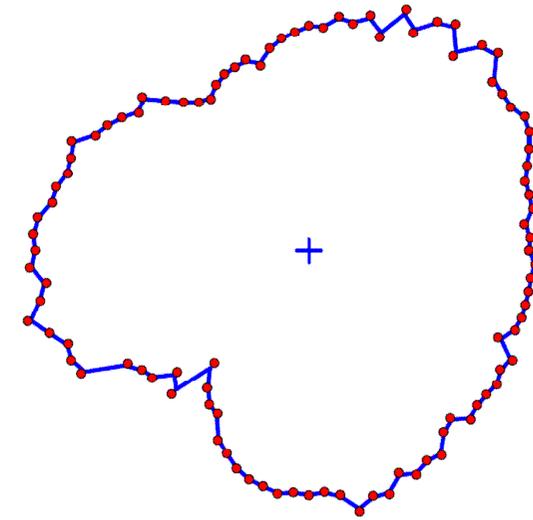
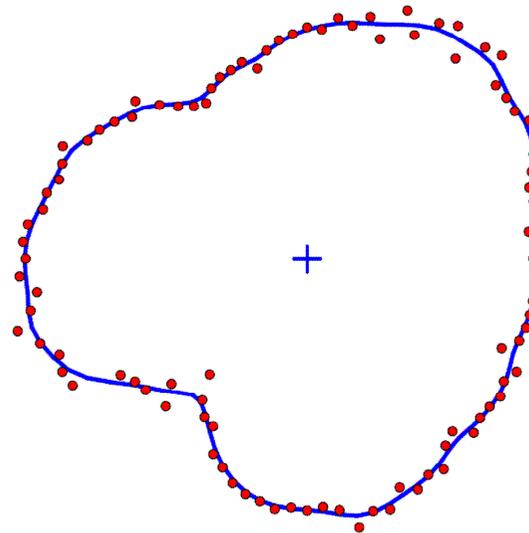
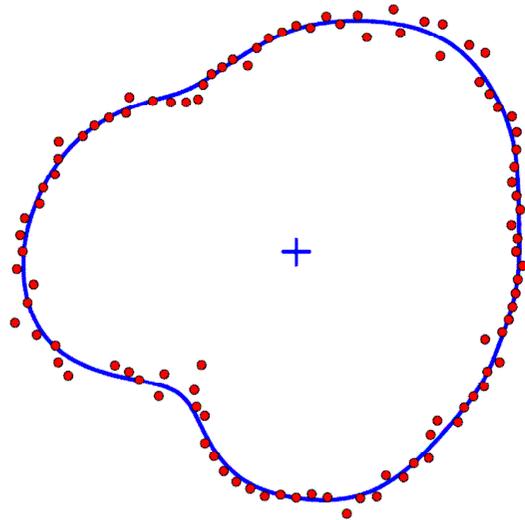
Beispiel:  $\xi_2 = 80 > 19,8$

## Alternative: Schrittweise Filterung

- Keine vorgegebene Grenzwellenzahl (-länge)
- Grenzwellenzahl schrittweise vergrößern
- Restabweichungen auf Zufallseigenschaft testen
- Bis Testwerte kleiner als kritische Werte
- In der Regel keine ganze Grenzwellenzahl

# Mittlere Profile mit Gaußfilter

Mit Reststreuung  $s_R$



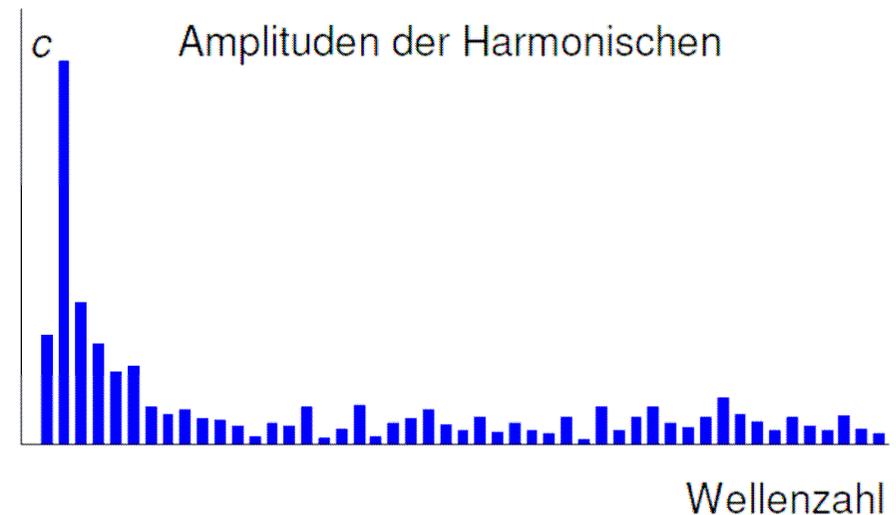
Mit genormten Filtern keine objektive Trennung von Systematik und Zufall

## 4. Filterarten

- Jeder beliebige Funktionsansatz möglich
- Testwerte  $\xi_1$  und  $\xi_2$  für die Einpassung der Funktion in die Messwerte
- Schwierige Prognose für geeignete Funktion
- Besser flexible Funktionen mit automatischer Anpassung an Messwerte
- Gaußfilter, Splinefilter, Harmonische Analyse

# Harmonische Analyse

- Ermittlung des Amplitudenspektrums
- Schrittweise Berechnung der mittleren Profile und Tests
- Große Amplituden systematisch – mittleres Profil
- Kleine Amplituden zufällig – Messunsicherheit

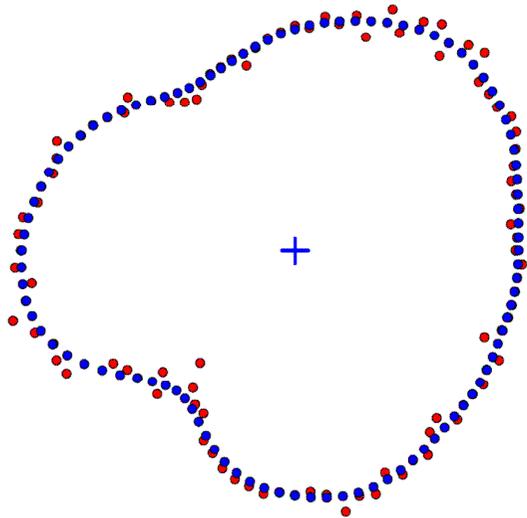


2.–7. Harmonische systematisch

# Unterteilung der Filter

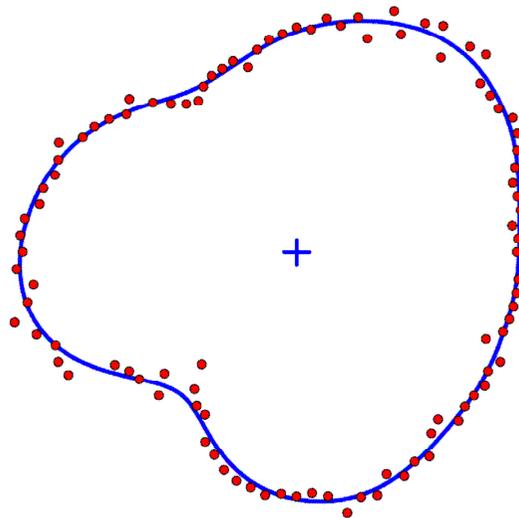
- Punktweise Beschreibung der Oberfläche an den Messstellen, dazwischen keine Informationen
  - Gaußfilter
- Geschlossene Beschreibung der Oberfläche als stetige Funktion
  - Splinefilter
  - Harmonische Analyse

# Mittlere Profile für die Filterarten



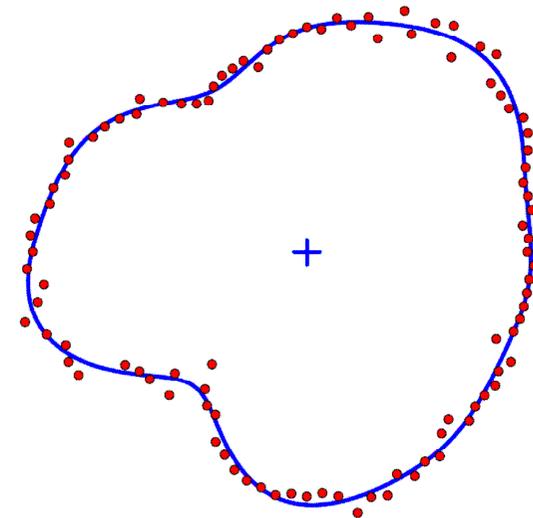
Gaußfilter

7,85 W/U  
 $s_R = 1,47 \mu\text{m}$



Splinefilter

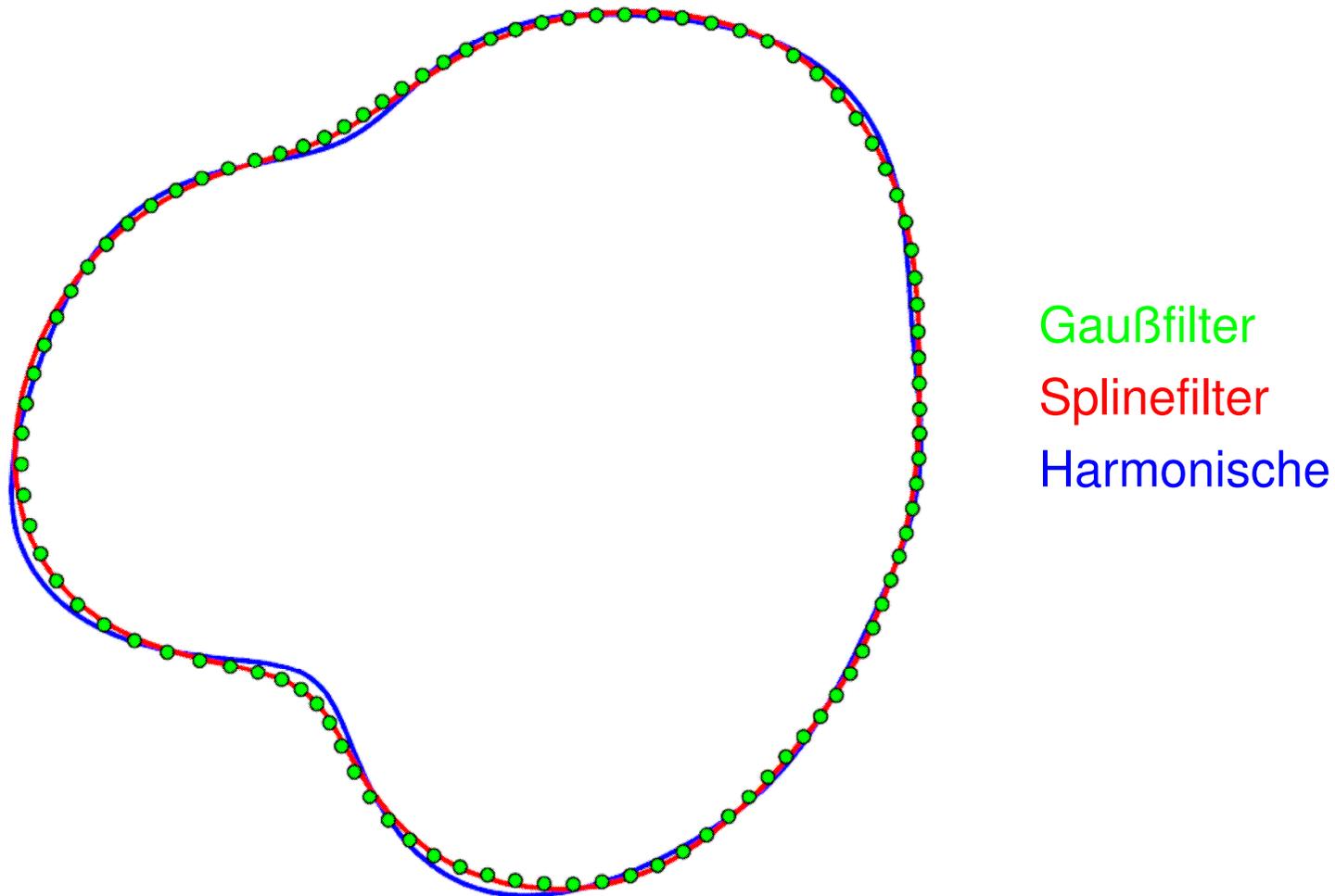
6,6 W/U  
 $s_R = 1,52 \mu\text{m}$



Harmonische Analyse

7 W/U  
 $s_R = 1,53 \mu\text{m}$

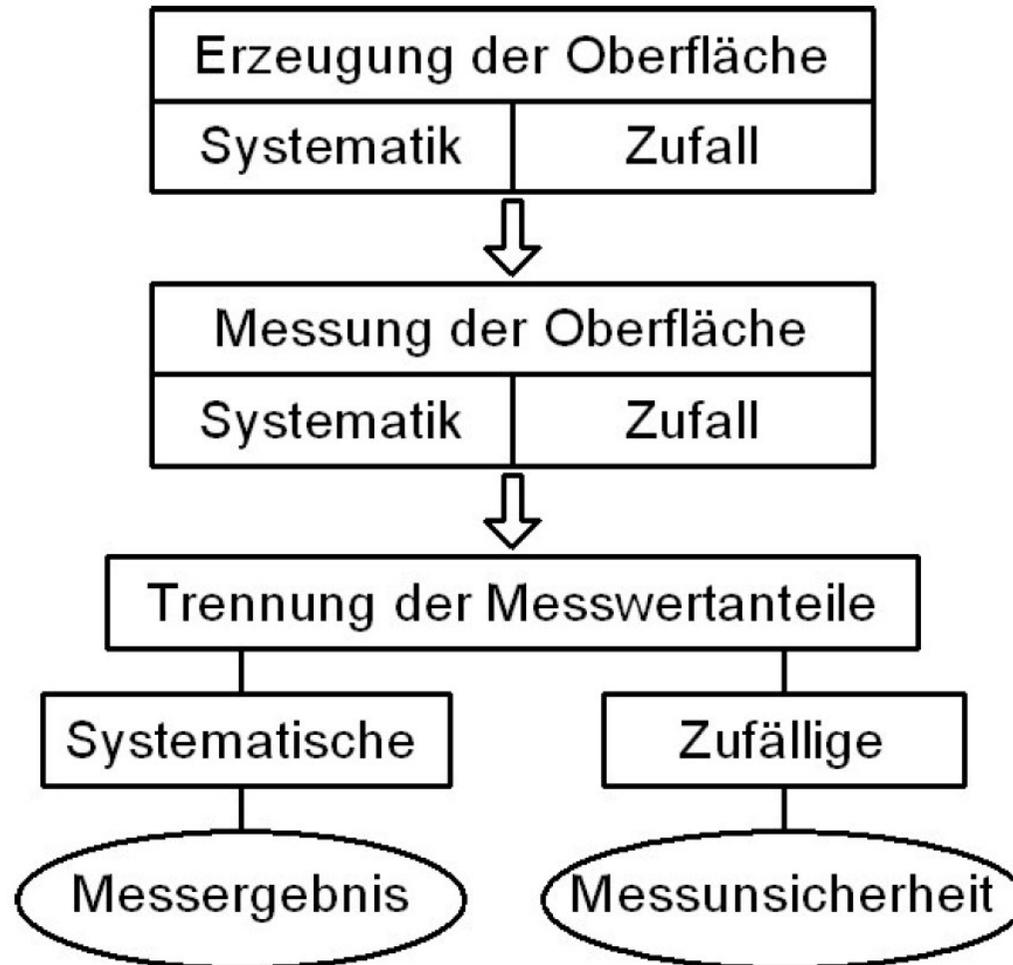
## Vergleich der mittleren Profile



# Darstellung der mittleren Profile

- Harmonische Analyse: Für jede Harmonische zwei Parameter – Datenmenge wird **reduziert**
- Gaußfilter und Splinefilter: So viele Stützstellen wie Messwerte – Datenmenge **nicht reduziert**
- Im **Kalibrierschein** so viele Punkte des mittleren Profils wie Messpunkte
- Bei Verwendung der Daten andere Messstellen als bei Kalibrierung – **Interpolation** erforderlich
- Kalibrierdaten elektronisch gespeichert

## 5. Modell für Oberflächenmessungen



# Modellfunktionen

- **Mittleres Profil** für systematische Messwertanteile:

$$Y = f(X_O)$$

mit Streuung  $Z_{OR}$  der zufälligen Restabweichungen

- **Mit Korrektur** der systematischen Messabweichungen der Messeinrichtung:

$$Y = f(X_O) - f(X_M)$$

mit zufälligen Restabweichungen aus der Kalibrierung

# Kleinste Reststreuung der Messeinrichtung

- Messungen an Normalen mit vernachlässigbar kleinen Formabweichungen:  $S_{MRmin}$
- Weitere Kenngröße zur Bewertung der Restabweichungen eines Objektes
- Bei Messung mit  $S_{OR} > S_{MRmin}$  nur begrenzte Erfassung der Oberfläche
- Kleinere Unsicherheit mit mehr Messpunkten möglich, wenn nötig

# Messprozesseignung

- VDI/VDE 2600-1 Prüfprozessmanagement
- Verhältnis der **Messunsicherheit  $U$**  zur **Toleranz  $T$**  der Messgröße
- Grenzwert nach **Goldener Regel** der Messtechnik  $U/T \leq 0,1 \dots 0,2$
- Neue Messung mit mehr Punkten nur bei zu großer Messunsicherheit

## 6. Messunsicherheit

Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (GUM)

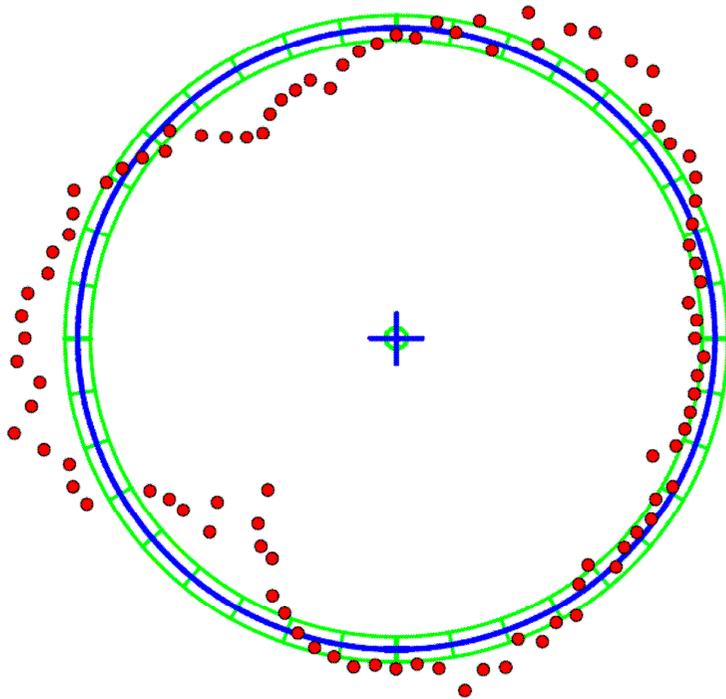
- Voraussetzung: Messwert ist **bester Schätzwert** der Messgröße (z.B. Mittelwert)
- **Nicht** erfüllt **bei Extremwerten**, z.B. für Spannweite der Abweichungen
- Form- und Lageabweichungen nach ISO 1101
- Messunsicherheit mit **Extremwertstatistik?**
- Aber ohne Rücksicht auf zufällige bzw. systematische Abweichungen
- Bei systematischen Abweichungen ist **Statistik nicht anwendbar**

# Unsicherheit des mittleren Profils

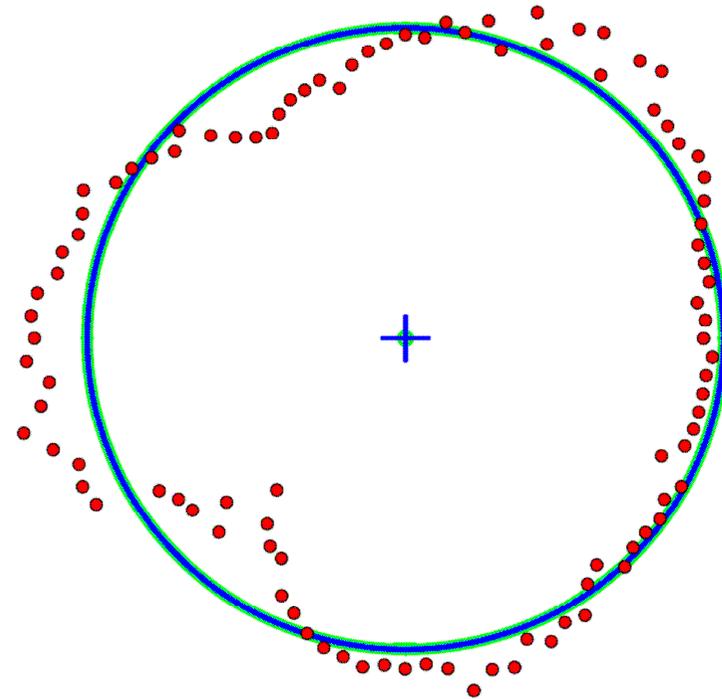
- Mittleres Profil erfüllt Voraussetzung des GUM
- Messunsicherheit mit der Standardabweichung der zufälligen Restabweichungen  $s_R$
- Ergibt Unsicherheiten der Parameter der mittleren Elemente
- Deutlich kleiner als mit den Standardabweichungen an den Ausgleichselementen
- Nicht kleiner als die minimale Reststreuung  $s_{MRmin}$  der Messeinrichtung

# Standardunsicherheiten am Ausgleichskreis

Minimale Reststreuung:  $s_{MRmin} = 0,6 \mu\text{m}$



Standardabweichung vom Ausgleichskreis:  $s_R = 4,63 \mu\text{m}$



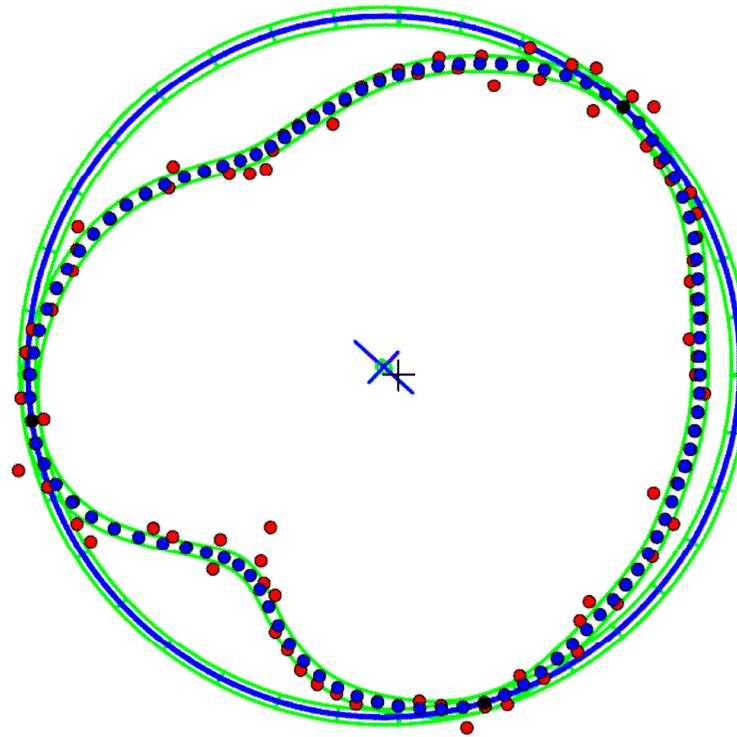
Rest-Standardabweichung vom mittleren Profil:  $s_R = 1,47 \mu\text{m}$

## 7. Funktionsorientierte Auswertung

- **Mittlere Elemente** für Passungen nicht gut geeignet
- Besser **angrenzende Elemente** nach ISO 14405-1 Längenmaße
- Kleinstes umschriebenes (außen) oder größtes einbeschriebenes Element (innen)
- Angrenzende Elemente am **mittleren Profil** mit kleinen Messunsicherheiten
- Mittleres Profil auch für **Formabweichungen** mit Minimum-Bedingung nach ISO 1101

# Hüllkreis mit Unsicherheit des mittleren Profils

Standardunsicherheit:  $u_{MP} = 0,5 \mu\text{m}$



→ Einzelne Messpunkte außerhalb des Hüllkreises

# Erweitertes Modell

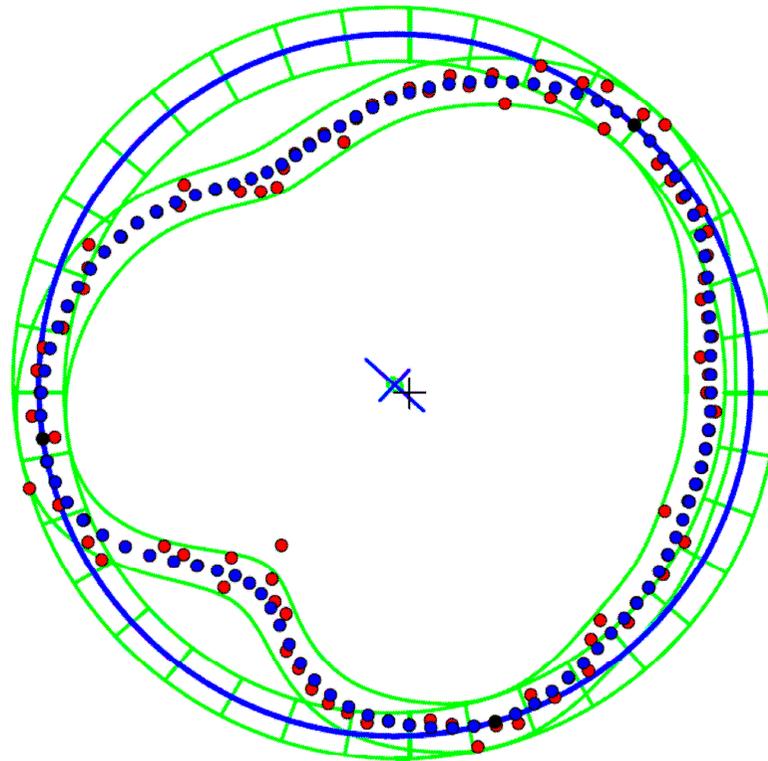
Hüllkreisdurchmesser korrigiert:

$$D_{\text{Hüll,korr}} = D_{\text{Hüll}} + \delta D_{\text{Hüll}}$$

- Abweichung des Hüllkreisdurchmessers unbekannt:  $\delta D_{\text{Hüll}} = 0$
- Standardunsicherheit mit Standardabweichung der zufälligen Restabweichungen:  $U_{\delta D_{\text{Hüll}}} = S_R$

# Hüllkreis mit Unsicherheit aus der Reststreuung

Reststreuung des mittleren Profils:  $s_R = 1,47 \mu\text{m}$



→ 95% der Messpunkte innerhalb des Überdeckungsbereiches

# Anwendung des erweiterten Modells

- **Angrenzende Elemente** mit direktem Oberflächenkontakt
- Auch für **Bezugselemente** nach ISO 5459
- Mit Einfluss der Messpunktanzahl bzw. -dichte
- **Nicht** für Mittelpunktkoordinaten und Winkel
- Vollständiges Modell mit Abweichungen der Messeinrichtung und der Temperatur
- Auch für **Freiformflächen** lückenlose Beschreibung der Oberfläche

# Zusammenfassung

- Erfasste Messpunkte  $\neq$  erfasste Oberfläche
- Schrittweise Filterung für Grenzwellenzahl
- Testwerte  $\xi_1$  und  $\xi_2$  aus DIN 1319-4
- Systematischer Anteil: Mittlere Oberfläche
- Zufallsanteil: Messunsicherheit
- Angrenzende Elemente mit Reststreuung
- Punktweise oder kontinuierliche Oberflächen
- Kalibrierscheine mit mittleren Oberflächen
- Verwendung mit Interpolation und MU-Beitrag

**Vielen Dank für Ihre  
Aufmerksamkeit**